

DM n° TS décembre 2013 Nom & prénom :

Inscrivez d'abord votre date de naissance ici (sous la forme : j/m/ 199a) :/...../.....

Dans la suite de l'énoncé : les nombres j ; m et a seront égaux à ces nombres là : j = jour et m = mois de votre naissance. Le nombre a sera égal au dernier chiffre de l'année. **Exemple** : vous êtes né le 14 mars 1995 alors, pour tout l'énoncé : $j = 14$ $m = 3$ et $a = 5$

Exercice 1 : Partie A 1°) On pose $Z_1 = (j + mi)^2$ où i est le nombre complexe habituel tel que $i^2 = -1$.

a) Développer Z_1 et en donner l'écriture algébrique.

b) Donner celle de $Z_2 = mZ_1 - a(1 + j\overline{Z_1}) =$

c) En déduire $\overline{Z_2} =$

2°) Résoudre dans \mathbb{C} les équations : $z^2 + z + (j+m) = 0$ et $4z + j + mi = a + iz$

Partie B Soient A et B les points d'affixes $z_A = m(-4 + 4i)$ et $z_B = j(3 - i\sqrt{3})$

a) Déterminer le module et argument de chacun d'eux, puis écrire z_A et z_B sous forme trigonométrique

b) Déterminer la distance AB et la mesure exacte , en radians, de l'angle $(\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OA})$

Exercice 2 : Partie A : Dans un lycée, $j\%$ des élèves sont des filles (F). Parmi elles, $m\%$ sont sportives. Par ailleurs, 80% des garçons sont sportifs. Pour les parents, on note X les frais mensuels qu'ils ont à payer pour leur enfant (scolarité, vêtements, club de sport etc...). Si c'est une fille, c'est 110 €, et pour un garçon 100 €. Si l'élève est sportif, il faut encore rajouter 20 €. On choisit au hasard un élève du lycée.

a) Construire l'arbre avec la colonne habituelle pour X

b) Quelle est la probabilité de l'évènement $X = 130 \text{ €}$?

c) Donner la loi de probabilité de X

d) Finalement, quelle est la dépense mensuelle moyenne d'un parent d'élève?

Partie B : Dans ce lycée, un élève déclare : « je pense que les trois quarts des élèves travaillent sérieusement »
Pour vérifier, un sondage est réalisé sur $n = 60 + a + m + j$ élèves, et parmi eux, 58 déclarent travailler sérieusement.

a) déterminer la fréquence f obtenue

b) déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil 95%

c) Conclure

Exercice 3: On considère les suites définies par $a_0 = a + j$ et $a_{n+1} = 3a_n + 2m$ d'une part, et $b_n = a_n + m$ d'autre part.

a) Remplacer j, m et a par leur valeur et compléter : $a_0 = \dots\dots\dots$ puis $a_{n+1} = 3a_n + \dots\dots\dots$ et enfin $b_n = \dots\dots\dots$

b) calculer a_1 ; a_2 et a_3

Suite à faire au verso.

c) Montrer que (b_n) est une suite géométrique. Préciser sa raison et son terme initial

d) En déduire le terme général de (b_n) , puis celui de (a_n)

e) déterminer la limite de (a_n) .

Exercice 4: On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = j$ et $u_{n+1} = \sqrt{u_n^2 + j + m + a}$

a) Calculer u_1 et u_2

b) Quelle conjecture pouvez-vous faire concernant le sens de variations de (u_n)

c) Montrer par récurrence sur n que $\forall n \in \mathbb{N}$ on a : $u_n > 0$

d) Montrer que la suite (u_n) est croissante.

e) Supposons que (u_n) converge et notons L sa limite en l'infini. Quelle équation devrait vérifier L ?

f) Conclure quant à la convergence de la suite (u_n)

g) La suite (u_n) admet-elle alors un (ou plusieurs) majorant (s)?